# ТЕНЗОРЫ ВОЗДЕЙСТВИЯ, РЕАКЦИИ И СВОЙСТВ

**Малышев О.С., Зеков А.С.,**
**научный руководитель проф. Талашкевич И. П.**
***Сибирский федеральный университет***

1. Понятие о тензоре

При описании физических свойств кристаллов удобно пользоваться ортонормированной системой координат $\{e_i\}$• Ориентировка осей $e_1, e_2$ и $e_3$ относительно базисных векторов семи сингоний была приведена в табл. 2.

С достаточной степенью общности можно считать, что все физические величины могут быть разбиты на три класса. В классе $I$ входят величины, характеризующие внешнее воздействие на среду, в класс Е — величины, характеризующие эффект, получающийся под действием величины класса $I$, в класс Ф — величины, характеризующие физические свойства среды, приводящие к появлению эффекта Е.

.Разлагая Е в ряд по степеням, получим

$$\text{E}=\Phi_1 I + \Phi_2\, I^2 + \Phi_3 I^3 + \cdots$$

В большинстве, случаев можно ограничиться только \ первым членом разложения и считать, что

$$\text{E}=\Phi\text{I}$$

Коэффициенты $\Phi_i$ в уравнениях характеризуют физическое свойство кристалла, которое и обусловливает появление определенного эффекта Е при действии на кристалл величины I.

2. Приложения симметрии в кристаллофизике.

Физические свойства анизотропных и изотропных сред различаются во многих отношениях. Понять это часто помогает использование симметрии. Именно поэтому так многообразны ее приложения при изучении свойств кристаллов. В широком смысле слова эти приложения относятся к *кристаллофизике*, в более узком — к *тензорной* (*физической) кристаллографии.* Это уточнение обусловлено тем, что кристаллофизика охватывает все явление (включая его сущность), в то время как физическая кристаллография рассматривает только формальные особенности тех или иных явлений, связанные с симметрией (и анизотропией) кристаллов. В этой главе главным образом будут рассматриваться проблемы, типичные для физической кристаллографии.

2.1. Физические поля и их симметрия

В некоторых физических свойствах кристалл проявляет себя как однородная непрерывная среда. Такая среда, вообще говоря, является *анизотропной.* Под анизотропией понимается неодинаковость ее свойств по различным направлениям. В общем случае это различие может иметь полярную, аксиальную, крутильную, полярно-тензорную природу. Частный случай анизотропии — униполярность состоит в различии свойств среды в прямом и противоположном направлениях — «вперед» и «назад».

Свойства кристалла как однородной непрерывной среды рассматриваются как результат действия на него некоторого *внешнего поля.* Под полем здесь будет пониматься совокупность некоторых сил, действующих в определенной части однородного пространства. Поле будет *однородным*, если совокупность указанных сил не нарушает однородности пространства. Под симметрией того или иного поля будет пониматься симметрия некоторой точки пространства, в которой действует это поле. Важное значение имеют поля, описываемые тензорами второго ранга, симметрия которых совпадает с симметрией самих этих тензоров. Остановимся вкратце на симметрии некоторых полей.

В простейшем случае сила (в том смысле, как она понимается в механике), а также поле сил характеризуются симметрией полярного вектора (группа ∞mm, в полной симметрии — группа *∞/mmm).* Полярным вектором описывается смещение частицы x, скорость **v,** ускорение **a,** импульс *mv* (где *m* — масса). Взаимодействие двух полярных векторов — вектора силы **F** и вектора смещения r — определяет деформацию среды, которая характеризуется уже тензором второго ранга.

*Пара сил* создает механический момент, являющийся аксиальным вектором (симметрия ∞/m*).* Аксиальным вектором является также момент количества движения [mvR]. Совокупность двух встречных пар сил, имеющих моменты сил, действующих по одной прямой, создает *закручивание* рассматриваемого направления. Симметрия такого направления будет описываться группой ∞2. Это соответствует , созданию однородной деформации среды, когда все параллельные направления одинаково закручены.

Если приписывать электрическому заряду (как это обычно делается) симметрию скаляра, то поле такого заряда будет полярно-векторным и будет иметь симметрию ∞mm (полная симметрия *∞/mmm).* Такую симметрию имеют также полярные векторы электрической индукции **D,** напряженности электрического поля **E** и электрической поляризации Р. Однородное электрическое поле можно представить как поле между двумя заряженными безграничными плоскостями. Поле между двумя точечными зарядами противоположного знака не является однородным. Касательные к силовым линиям этого поля представляют собой полярные векторы напряженности электрического поля Е. Электрический диполь — два одинаковых по величине заряда противоположного знака, расположенных на некотором расстоянии друг от друга, — также имеет симметрию полярного вектора. Полярным вектором с симметрией *∞mm* является и момент электрического диполя р, определяемый как произведение заряда *q* на расстояние между зарядами 1: р = *ql.* Этот вектор (условно) принимается направленным от отрицательного заряда к положительному. Поле одного уединенного точечного заряда — также неоднородное и в каждой точке векторное, несмотря на то что расположение этих векторов создает более симметричную картину, чем в случае диполя.

Магнитное поле есть результат *движения* электрического заряда. Такое движение может осуществляться по прямой линии или по замкнутому контуру (частным случаем будет вращение заряда вокруг собственной оси). В первом случае в соответствии с экспериментальными фактами магнитное поле может быть представлено в виде тороида, каждая окружность цилиндрической части которого может быть изображена в виде витка, на котором указано направление обхода. Такой тороид также имеет симметрию *∞mm*, т.е. симметрию полярного вектора. Из рисунка хорошо видна перпендикулярность магнитного поля к направлению движения заряда (тока). Симметрию полярного вектора имеет также вектор плотности электрического тока j.

При движении электрического заряда по замкнутому контуру создается магнитное поле, которое в центре контура ориентировано вдоль направления, перпендикулярного к плоскости движущегося заряда. Симметрия магнитного поля в этом случае описывается группой *∞/m* (в полной симметрии — группой *∞/mmm).* Таким образом, магнитное поле имеет симметрию аксиального вектора. Однородное магнитное поле может быть создано между двумя противоположными магнитными полюсами больших магнитов. Аксиальными векторами с симметрией *∞/m* являются также вектор напряженности магнитного поля **H,** вектор магнитной индукции **B** и вектор намагниченности **I.**

В вакууме или диэлектрической среде осциллирующий заряд возбуждает электромагнитное поле, электромагнитную волну. На рис. 1,а приведена упрощенная модель электромагнитной волны, а на рис. 1,б — ее сечение — модель *плоскополяризованной* электромагнитной волны, бегущей от источника в одном направлении. Из рис. 1,б видна взаимная перпендикулярность трех векторов, определяющих эту волну: полярного вектора напряженности электрического поля Е, аксиального вектора напряженности магнитного поля Н и полярного вектора, совпадающего с направлением распространения волны. В основе «мотива» волны, отвечающего мгновенному состоянию, лежит сочетание векторов Е и Н. Величина вектора Е (так же, как и Н) меняется со временем по синусоидальному закону; его положение, однако, в отличие от обычно изображаемого принимается симметричным по отношению к оси волны; такое положение лучше отражает и фактическое распределение электромагнитного поля в волне. Из рис. 1 видно, что электромагнитна я волна (ее часть в форме диска конечных размеров) имеет точечную группу симметрии $\infty/mmm$, т. е. группу симметрии полярного вектора. Полярный вектор, определяющий статическое электрическое поле, не имеет поперечного магнитного поля, и поэтому его следует изображать в виде отрезка прямой со стрелкой. В случае электромагнитной волны (и тока) имеется магнитное поле, наличие которого можно также изобразить условно на этом же рисунке.

Характер взаимодействия двух *тяжелых* тел определяет симметрию гравитационного поля (рис. 2,а). Такие тела, как известно, взаимно притягиваются. Симметрия этого взаимодействия совпадает с симметрией простейшего полярного тензора и описывается группой $\infty/mmm$. Гравитационной массе при этом приписывается симметрия скаляра. Однородное гравитационное поле можно представить как поле между двумя бесконечными *тяжелыми* пластинами (рис. 2,б).

## 2.2. Принцип Неймана

Выше под симметрией тензоров понималась их *собственная* симметрия. Эта симметрия определяется только числом его независимых коэффициентов. В *главной* системе координат в тензор входят только независимые коэффициенты и, значит, сразу видна его симметрия. В произвольной системе координат число отличных от нуля коэффициентов больше числа независимых коэффициентов и о симметрии тензора, вообще говоря, трудно сказать что-либо определенное.

Полярные и аксиальные тензоры второго ранга можно рассматривать как величины, описывающие некоторое физическое воздействие. Если это воздействие прилагать к непрерывным однородным изотропным средам, то среда будет иметь симметрию воздействия.

Таким образом, до сих пор симметрия тензоров связывалась с симметрией вообще и в конечном счете с симметрией геометрических фигур. Вместе с тем в кристаллофизике тензоры наиболее широко применяются для описания *свойств* кристаллов. При этом вводится понятие о *симметрии* этих *свойств.* По определению, *симметрия того или иного свойства данного кристалла есть симметрия тензора, которым оно описывается.* Так, например, оптические свойства (преломление света) кристаллов средних систем описываются симметричным полярным тензором второго ранга, имеющим следующее соотношение между коэффициентами: $a_{11} = a_{22} \neq a_{33}$. Этот тензор имеет симметрию $\infty/mmm$ (эллипсоида вращения). Таким образом, в кристаллах средних систем оптические свойства имеют симметрию $\infty/mmm$ и.т. д.

Если рассматривается среда, симметрия которой определяется симметрией внешнего воздействия (как в случае непрерывных однородных сред), то симметрия свойств (соответствующих тензоров) будет совпадать с симметрией самой среды. К такому заключению можно прийти, если учесть, что в этом случае внешнее воздействие не только обусловливает симметрию среды, но и «*создает*» *то или иное свойство,* определяет симметрию этого свойства. Это, в частности, означает, что симметрия свойств, описываемых полярными тензорами второго ранга, для таких сред совпадает с симметрией тензоров, приведенных в отдельной таблице, и сами свойства описываются этими тензорами. Аналогичное заключение относится к аксиальным тензорам второго ранга.

Для сред, имеющих кристаллическую решетку, симметрия внешнего воздействия, вообще говоря, выше симметрии среды, которую она приобретает под воздействием. Простой пример: куб (группа *m3m)* под псевдоскалярным воздействием {группа ∞/∞2) приобретает симметрию 432, которая ниже симметрии воздействия. Аналогичные ситуации обсуждались при описании. Надо при этом заметить, что при рассматриваемом подходе могут иметь место случаи, когда симметрия кристалла *совпадает* с симметрией внешнего воздействия, но никогда не бывает, чтобы симметрия кристалла была *выше* симметрии воздействия. Это следует из принятого здесь определения симметрии среды (кристалла), а именно из положения, что характер воздействия обусловливает характер симметрии кристалла.

Если теперь принять, что симметрия внешнего воздействия и является симметрией свойств кристалла, то симметрия свойств либо всегда будет выше симметрии кристаллов, либо совпадает с ней. В свою очередь, из того, что симметрия кристалла определяется воздействием, следует, что все элементы симметрии кристалла содержатся среди элементов симметрии воздействия (принцип симметрии Кюри). Другими словами, группа симметрии кристалла является подгруппой симметрии его свойств.

Изложенное в предыдущем абзаце заключение в физической кристаллографии не доказывается, а рассматривается как некоторый принцип, который носит название *принципа Неймана.* Суть этого принципа может быть сформулирована следующим образом: *все элементы симметрии кристалла содержатся среди элементов симметрии свойства*; *симметрия кристалла не может быть выше симметрии его любого физического свойства*. Принцип Неймана широко используется при отборе классов кристаллов, способных обладать теми или иными физическими свойствами. Осуществляется этот отбор на основе правила (являющегося по существу другой формулировкой принципа Неймана): *группы симметрии кристаллов, способных обладать некоторым физическим свойством, либо могут быть подгруппами группы симметрии этого свойства, либо могут иметь группу симметрии этого свойства*.

Список используемой литературы.


1.Желудев И.С.  Симметрия и её приложения. м.: Атомиздат, 1976.
2. Васильев Д.М. Физическая кристаллография. изд. Металлургия 1978.
3. Шубников А.В., Копцик В.А.Симметрия в науке и исскустве. м.: Наука 1972.
4. Дурнов В.Д., Талашкевич И.П. Симметрия в технологии, СПБ., Политехника 1993.